



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

# Vzájemná poloha přímek daných parametrickými rovnicemi



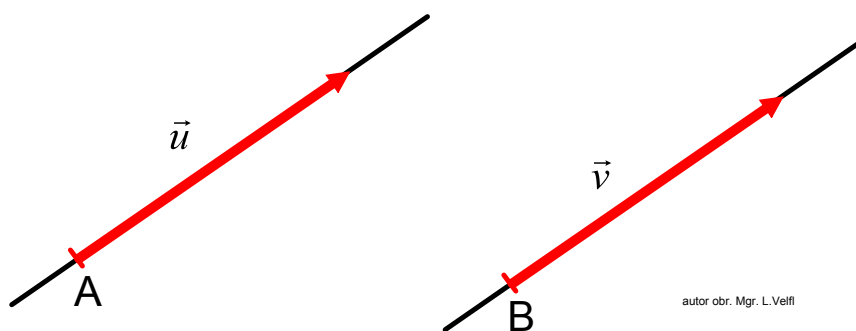
Mgr. Luboš Velfl

VY\_32\_INOVACE\_MA.4.sada.3.11

- Registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.5.00/34.0933
- Šablona: III/2 Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT
- Ověřeno ve výuce dne: 12. 11. 2012    Třída: 4. ZL
- Název materiálu: Vzájemná poloha přímek daných parametrickými rovnicemi
- Předmět: Matematika    Ročník: 4.
- Autor: Mgr. Luboš Velfl
- SZŠ a VOŠZ Příbram, Jiráskovy sady 113

## Vzájemná poloha přímek v rovině

Dvě přímky  $p(A, \vec{u})$  a  $q(B, \vec{v})$  jsou rovnoběžné právě tehdy, je-li směrový vektor  $\vec{u}$  jenásobkem směrového vektoru  $\vec{v}$ .



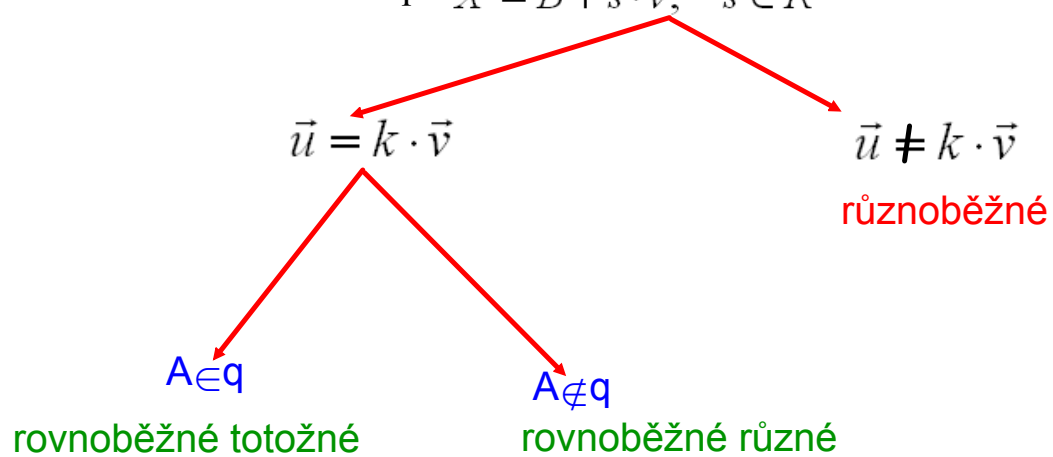
$$X = A + t \cdot \vec{u}, \quad t \in \mathbb{R}$$

$$X = B + s \cdot \vec{v}, \quad s \in \mathbb{R}$$

$$\vec{u} = k \cdot \vec{v}$$

### Vzájemná poloha přímek v rovině

$$\begin{aligned} p: X &= A + t \cdot \vec{u}, & t &\in R \\ q: X &= B + s \cdot \vec{v}, & s &\in R \end{aligned}$$



**Cvičení 1:** Určete vzájemnou polohu přímek  $p: A[3; 4], B[6; 8]$  a  $q: C[1; 5], D[7; 13]$

Cvičení 1: Určete vzájemnou polohu přímek p: A[3; 4], B[6; 8] a q: C[1; 5], D[7; 13]

Řešení:

$$p: x = 3 + 3t$$

$$y = 4 + 4t, t \in \mathbb{R}$$

$$q: x = 1 + 6s$$

$$y = 5 + 8s, s \in \mathbb{R}$$

$$\text{platí: } \vec{u} = k \cdot \vec{v}$$

$$(3; 4) = k (6; 8) \quad k = 0.5$$

Přímky jsou rovnoběžné.

Jsou rovnoběžné různé nebo totožné ?

$$p: x = 3 + 3t$$

$$y = 4 + 4t, t \in \mathbb{R}$$

$$q: x = 1 + 6s$$

$$y = 5 + 8s, s \in \mathbb{R}$$

$$q: x = 1 + 6s$$

$$y = 5 + 8s, s \in \mathbb{R}$$

$$3 = 1 + 6s \longrightarrow s = 1/3$$

$$4 = 5 + 8s \longrightarrow s = -1/8$$

bod A[3; 4] **neleží** na přímce q

Přímky p, q jsou rovnoběžné různé.

**Cvičení 2:** Určete vzájemnou polohu přímek  $p(P, u)$  a  $q(Q, v)$ ,  
kde  $P[1; 2]$ ,  $u = (2; 3)$ ,  $Q[0; 1]$ ,  $v = (-1; 1,5)$ .

**Cvičení 2:** Určete vzájemnou polohu přímek  $p$  ( $P, u$ ) a  $q$  ( $Q, v$ ),  
kde  $P[1; 2]$ ,  $u = (2; 3)$ ,  $Q[0; 1]$ ,  $v = (-1; 1,5)$ .

**Řešení:**

$$\begin{aligned} p: x &= 3 + 3t \\ y &= 4 + 4t, t \in \mathbb{R} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} q: x &= 1 + 6s \\ y &= 5 + 8s, s \in \mathbb{R} \end{aligned}$$

$$\text{platí: } \vec{u} = k \cdot \vec{v}$$

$$(3; 4) = k (6; 8) \quad k = 0.5$$

**Přímky jsou rovnoběžné.**

**Jsou rovnoběžné různé nebo totožné ?**

$$\begin{aligned} p: x &= 3 + 3t \\ y &= 4 + 4t, t \in \mathbb{R} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} q: x &= 1 + 6s \\ y &= 5 + 8s, s \in \mathbb{R} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} q: x &= 1 + 6s \\ y &= 5 + 8s, s \in \mathbb{R} \end{aligned}$$

$$3 = 1 + 6s \longrightarrow s = 1/3$$

$$4 = 5 + 8s \longrightarrow s = -1/8$$

**bod  $A[3; 4]$  neleží na přímce  $q$**

**Přímky  $p, q$  jsou rovnoběžné různé.**



**Cvičení 3:** Určete vzájemnou polohu přímek AB a CD, kde  $A[5; 1]$ ,  $B[-3; 3]$ ,  $C[1; 2]$ ,  $D[-7; 4]$ .

**Cvičení 3:** Určete vzájemnou polohu přímek AB a CD, kde  
 $A[5; 1]$ ,  $B[-3; 3]$ ,  $C[1; 2]$ ,  $D[-7; 4]$ .

**Řešení:**

$$\begin{aligned} p: x &= 5 - 8t \\ y &= 1 + 2t, t \in \mathbb{R} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} q: x &= 1 - 8s \\ y &= 2 + 2s, s \in \mathbb{R} \end{aligned}$$

$$\text{platí: } \vec{u} = k \cdot \vec{v}$$

$$(-8; 2) = k (-8; 2) \quad k = 1$$

$$\begin{aligned} q: x &= 1 - 8s \\ y &= 2 + 2s, s \in \mathbb{R} \end{aligned}$$

---

$$q: 5 = 1 - 8s \quad \longrightarrow \quad s = -0,5$$

$$1 = 2 + 2s, s \in \mathbb{R} \quad \longrightarrow \quad s = -0,5$$

totožné

bod  $A[3; 4]$  leží na přímce q

Přímky p, q jsou rovnoběžné totožné

**Cvičení 4:** Určete vzájemnou polohu přímek AB a CD, kde  $A[2; 6]$ ,  $B[3; 8]$ ,  $C[4; 2]$ ,  $D[-6; 3]$ .

**Cvičení 4:** Určete vzájemnou polohu přímek AB a CD, kde  
 $A[2; 6]$ ,  $B[3; 8]$ ,  $C[4; 2]$ ,  $D[-6; 3]$ .

**Řešení:**

$$p: x = 2 + t$$

$$y = 6 + 2t, t \in \mathbb{R}$$

$$q: x = 4 - 10s$$

$$y = 2 + s, s \in \mathbb{R}$$

$$\text{platí: } \vec{u} = k \cdot \vec{v}$$

$$(1; 2) \neq k(-10; 1)$$

$$k_x \neq -0,1$$

$$k_y \neq 2$$

Přímky jsou různoběžné.

Metodika (anotace) :

Učební materiál se skládá ze dvou částí:

A) Prezentace (SMART Notebook) - žák se seznámí se vzájemnou polohou dvou přímek daných parametrickým vyjádřením přímky

B) Praktické úkoly 1 - 4 - žák na základě upevněných znalostí a dovedností určuje vzájemnou polohu dvou přímek daných parametrickým vyjádřením přímky.

Výsledky žáka slouží ke kontrole zvládnutí učiva a stane se součástí hodnocení.

Zdroje:

Kočandrle Marn, Boček Ladislav. Matematika pro gymnázia – Analytická geometrie. Dostupné z: <http://www.mff.cuni.cz/~marn/>  
3. vydání. Praha: Prometheus, 2004, 220 s. ISBN: 80-7196-163-9