



# Metrické úlohy v prostoru



Mgr. Luboš Velfl

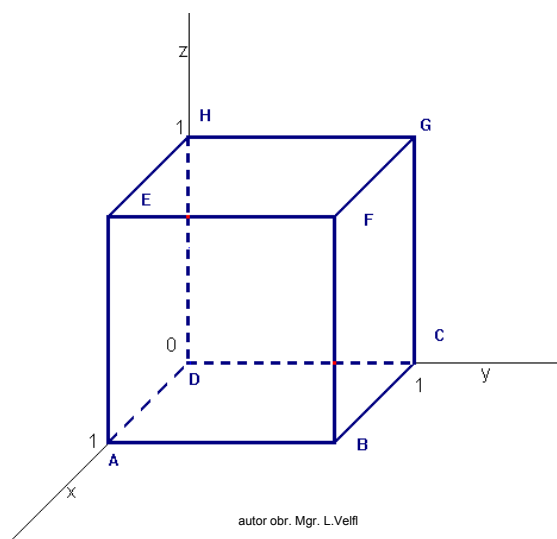
VY\_32\_INOVACE\_MA.4.sada.3.20

- Registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.5.00/34.0933
- Šablona: III/2 Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT
- Ověřeno ve výuce dne: 20. 12. 2012 Třída: 4. ZL
- Název materiálu: Metrické úlohy v prostoru
- Předmět: Matematika Ročník: 4.
- Autor: Mgr. Luboš Velfl
- SZŠ a VOŠZ Příbram, Jiráskovy sady 113

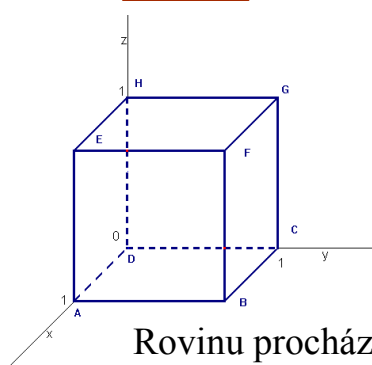
## Metrické úlohy na tělesech řešené analytickou metodou.

### Příklad:

Je dána krychle ABCDEFGH. Určete odchylku roviny ABCD od roviny, která prochází přímkou BH a je rovnoběžná s přímkou FC. Velikost strany krychle je 1 j. Řešte prostředky analytické geometrie.



### Řešení:



Krychli umístíme tak, že vrchol D umístíme do počátku soustavy souřadnic.

Rovina ABC má analytické vyjádření:  $z = 0$

Souřadnice potřebných bodů:

B [1,1,0], H [0,0,1], F [1,1,1], C[0,1,0]

Rovinu procházející přímkou BH rovnoběžně s přímkou FC označíme  $\rho$  a její směrové vektory  $\vec{u}$  a  $\vec{v}$ .

$$\vec{u} = \overrightarrow{FC} = (-1, 0, -1), \vec{v} = \overrightarrow{BH} = (-1, -1, 1)$$

Určíme její normálový vektor.

$$\vec{n} = \vec{u} \times \vec{v} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -1 & 0 & -1 \\ -1 & -1 & 1 \end{vmatrix} = -\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$$
$$\vec{n} = (-1, 2, 1)$$

Pro výpočet odchylky stačí vypočtený vektor, nemusíme určovat rovnici roviny.

Normálový vektor roviny ABC je  $\vec{m} = (0, 0, 1)$ .

Pro odchylku platí:

$$\cos \varphi = \frac{|\vec{n} \cdot \vec{m}|}{|\vec{n}| \cdot |\vec{m}|} = \frac{1}{\sqrt{6}}$$

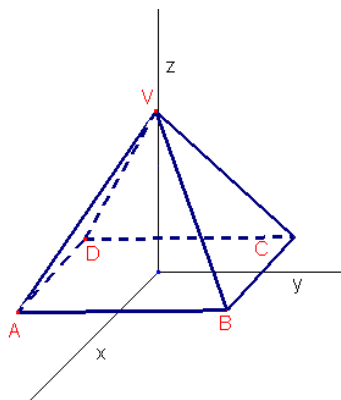
$$\varphi = 65^{\circ}55'$$

Hledaná odchylka je  $65^{\circ}55'$ .

Příklad:

Je dán pravidelný čtyřboký jehlan  $ABCDV$ ,  $a = 6 \text{ cm}$ ,  $v = 3\sqrt{2}$ . Určete odchylku přímky  $AV$  od roviny podstavy. Řešte prostředky analytické geometrie.

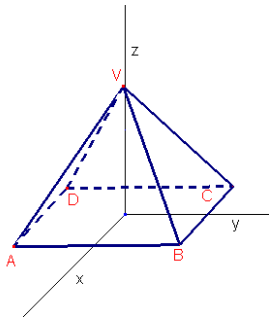
---



Umístěte těleso do soustavy souřadné a stanovte souřadnice potřebných bodů.

### Řešení:

Těleso umístíme do soustavy souřadné tak, že střed podstavy splyne se středem soustavy. Rovina podstavy ABC má rovnici  $z = 0$ .



Souřadnice potřebných bodů:

$$A[-3,3,3], V[0,0,3\sqrt{2}]$$

Pro výpočet odchylky využijeme směrový vektor přímky AV a normálový vektor roviny ABC.

$$\text{Směrový vektor přímky AV: } \overrightarrow{AV} = (-3, 3, 3\sqrt{2})$$

$$\text{upravíme } \vec{s} = (1, -1, \sqrt{2})$$

$$\text{Normálový vektor roviny podstavy: } \vec{n} = (0, 0, 1)$$

$$\text{Odchylka: } \cos \varphi = \frac{|\vec{n} \cdot \vec{s}|}{|\vec{n}| |\vec{s}|} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\underline{\varphi = 45^\circ}$$

Hledaná odchylka je doplněk úhlu  $\varphi$  do  $90^\circ$ , tedy  $45^\circ$ .

Úloha:

Je dána krychle ABCDEFGH o hraně délky 6 cm. Bod K leží na hraně AB ( $|AK| = 2$  cm), bod M leží ve středu hrany CG a bod P ve středu hrany AE. Analytickou metodou určete odchylku roviny KMP od roviny ABC a vzdálenost bodu F od roviny KMP.

Řešení



Metodika (anotace) :

Učební materiál se skládá ze dvou částí:

A) Prezentace (SMART Notebook) - žák se seznámí s metrickými [tvořícími] v prostoru

B) Praktické úkoly - žák na základě upevněných znalostí a dovedností určuje metrické úlohy v prostoru

Výsledky žáka slouží ke kontrole zvládnutí učiva a stane se součástí jeho hodnocení.

Zdroje:

Kočandrle Marn, Boček Ladislav. Matematika pro gymnázia – Analytická geometrie. Díl 3. vydání. Praha: Prometheus, 2004, 220 s. ISBN: 80-7196-163-9